

Übungsgruppe:  1  Tutor\*in 1

2  Tutor\*in 2

3  Tutor\*in 3

Name: \_\_\_\_\_ Matrikelnummer: \_\_\_\_\_ Punkte:  / 9

Füllen Sie bitte Ihre Daten ein und machen Sie jeweils genau ein Kreuz bei der richtigen Antwort. Sie dürfen Extrapapier für Zwischenrechnungen nutzen, aber bitte geben Sie am Ende nur dieses Blatt ab. Richtige Antworten zählen 1 Punkt, falsche -1/3 Punkt, keine oder mehrere Kreuze 0 Punkte.

1. Ein hängendes Pendel, auf das eine äußere Kraft wirkt, wird durch die linearisierte DGL  $I\ddot{\theta} = -mgL\theta - c\dot{\theta}L + FL$  beschrieben. Nehmen Sie  $x = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$  als Zustand und  $u = F$  als Eingang. Bringen Sie das System in die Form  $\dot{x} = Ax + Bu$ . Geben Sie  $A$  und  $B$  an.

(a) <input type="checkbox"/> $A = \begin{bmatrix} \frac{mgL}{I} & \frac{cL}{I} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} L \\ 0 \end{bmatrix}$	(b) <input type="checkbox"/> $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -mgL & -cL \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ L \end{bmatrix}$
(c) <input type="checkbox"/> $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{mgL}{I} & -\frac{cL}{I} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ L \end{bmatrix}$	(d) <input type="checkbox"/> $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{mgL}{I} & \frac{cL}{I} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ L \end{bmatrix}$

2. Welche Lösung  $x(t)$  hat die Differentialgleichung  $\dot{x}(t) = 3x(t) - u(t)$  mit dem Anfangswert  $x(0) = 4$ ?

(a) <input type="checkbox"/> $2e^t$	(b) <input type="checkbox"/> $-u(t) + \int_0^t 3x(\tau)d\tau$
(c) <input type="checkbox"/> $4e^{3t} - e^{3t} \int_0^t e^{-\tau}u(\tau)d\tau$	(d) <input type="checkbox"/> $4e^{3t} - e^{3t} \int_0^t e^{-3\tau}u(\tau)d\tau$

3. Ein Auto fährt eine hügelige Strecke entlang. Der Zustand des Systems ist gegeben durch die Position des Fahrzeugs in der Landschaft  $p$  und dessen Geschwindigkeit  $v$ . Der Eingang des Systems ist die Antriebskraft  $F$ . Es gilt  $\dot{v} = 0.5 \sin(4p) + 0.5F$ . Linearisieren Sie das System um  $p_{ss} = \pi, v_{ss} = 1$  und  $F_{ss} = 0$ . Bringen Sie das System in die Form  $\dot{x} = Ax + Bu$ . Geben Sie  $A$  und  $B$  an.

(a) <input type="checkbox"/> $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.5 \end{bmatrix}$	(b) <input type="checkbox"/> $A = \begin{bmatrix} \pi & \pi \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
(c) <input type="checkbox"/> $A = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \end{bmatrix}$	(d) <input type="checkbox"/> $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \end{bmatrix}$

4. Dividieren Sie  $a = 7e^{6\pi j}$  durch  $b = \frac{4}{7}e^{-\pi j}$ . Das Ergebnis ist gegeben durch:

(a) <input type="checkbox"/> $\frac{49}{4}e^{5\pi j}$	(b) <input type="checkbox"/> $\frac{49}{4}e^{7\pi j}$	(c) <input type="checkbox"/> $4e^{7\pi j}$	(d) <input type="checkbox"/> $4e^{5\pi j}$
---	---	--	--

5. Multiplizieren Sie  $z_1 = 4 + 7j$  mit  $z_2 = 5 - j$ . Das Ergebnis ist gegeben durch:

(a) <input type="checkbox"/> $27 + 31j$	(b) <input type="checkbox"/> $13 + 31j$
(c) <input type="checkbox"/> $31 + 13j$	(d) <input type="checkbox"/> $27 + 39j$

6. Bestimmen Sie das Produkt  $A^T \cdot x$  von  $A = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 3 & -6 \end{bmatrix}$  und  $x = \begin{bmatrix} -4 \\ 4 \end{bmatrix}$ .

(a) <input type="checkbox"/> $\begin{bmatrix} 4 \\ -28 \end{bmatrix}$	(b) <input type="checkbox"/> $\begin{bmatrix} 20 \\ -28 \end{bmatrix}$	(c) <input type="checkbox"/> $\begin{bmatrix} 20 \\ -20 \end{bmatrix}$	(d) <input type="checkbox"/> $\begin{bmatrix} 4 \\ -20 \end{bmatrix}$
---	--	--	---

7. Multiplizieren Sie die beiden Matrizen  $A_1$  und  $A_2$  mit  $A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$  und  $A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$

(a) <input type="checkbox"/> $\begin{bmatrix} -2 & 6 \\ -2 & 8 \end{bmatrix}$	(b) <input type="checkbox"/> $\begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}$	(c) <input type="checkbox"/> $\begin{bmatrix} 6 & 8 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}$	(d) <input type="checkbox"/> $\begin{bmatrix} 6 & -2 \\ 8 & -2 \end{bmatrix}$
---	---	---	---

8. Bei einem Testflug auf dem Mars soll der Helikopter namens Ingenuity von der Nasa Expedition auf eine Höhe von 3 Meter aufsteigen und dort auf der Stelle schweben. Der Helikopter mit der Masse  $m$  hat als Eingänge seinen Kippwinkel  $u_1$  (gemessen zur vertikalen, d.h. während des Flugs gilt  $|u_1| < 90^\circ$ ) und die Geschwindigkeit seines Rotors  $u_2$ . Abhängig vom Kippwinkel und der Rotorgeschwindigkeit ist die Bewegungsgleichung für die vertikale  $z$ -Achse gegeben durch:  $m \cdot \dot{v}_z = \cos(u_1) \cdot k_p \cdot u_2^2 - m \cdot g_m$  (dabei gibt  $g_m$  die Fallbeschleunigung auf dem Mars an) und für die horizontale  $x$ -Achse gegeben durch:  $m \cdot \dot{v}_x = \sin(u_1) \cdot k_p \cdot u_2^2$

Welcher Kippwinkel  $u_1^{ss}$  und welche Rotorgeschwindigkeit  $u_2^{ss}$  müssen eingestellt werden, damit der Helikopter auf der Stelle schweben bleibt?

(a) <input type="checkbox"/> $u_1^{ss} = 0,$ $u_2^{ss} = \sqrt{\frac{m \cdot g_m}{k_p}}$	(b) <input type="checkbox"/> $u_1^{ss} = 0,$ $u_2^{ss} = \frac{m \cdot g_m}{k_p}$	(c) <input type="checkbox"/> $u_1^{ss} = 45^\circ,$ $u_2^{ss} = 0$	(d) <input type="checkbox"/> $u_1^{ss} = -45^\circ,$ $u_2^{ss} = \sqrt{\frac{m \cdot g_m}{k_p}}$
---	--	---	---

9. Wie lautet der Imaginärteil von  $e^{(aj+b)jt}$ ?

(a)   $e^{at} \cdot \sin(bt)$

(b)   $e^{-at} \cdot \sin(bt)$

(c)   $e^{-bt} \cdot \sin(at)$

(d)   $e^{jbt}$