

Übungsgruppe: 1  Lukas Klar

2  Johanna Becker

3  Louis Findling

4  Stephan Christian

Name: \_\_\_\_\_ Matrikelnummer: \_\_\_\_\_ Punkte:  / 9

Füllen Sie bitte Ihre Daten ein und machen Sie jeweils genau ein Kreuz bei der richtigen Antwort. Sie dürfen Extrapapier für Zwischenrechnungen nutzen, aber bitte geben Sie am Ende nur dieses Blatt ab. Richtige Antworten zählen 1 Punkt, falsche -1/3 Punkt, keine oder mehrere Kreuze 0 Punkte.

1. Welches der folgenden vier Systeme beschreibt NICHT das gleiche Eingangs- Ausgangsverhalten wie  $\ddot{y} + 5y = u$ ?

(a) <input checked="" type="checkbox"/> $\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u, \quad y = [0 \quad 1] x$	(b) <input type="checkbox"/> $10uy = 2u^2 - 2\dot{y}u$
(c) <input type="checkbox"/> $\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -5 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u, \quad y = [1 \quad 0] x$	(d) <input type="checkbox"/> $\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix} u, \quad y = [0 \quad \frac{1}{2}] x$

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= 5x_2, & \dot{x}_2 &= x_1 + u, & y &= x_2 \\ \ddot{x}_2 &= \dot{x}_1 + \dot{u} = 5x_2 + \dot{u} \\ &\Rightarrow \ddot{y} - 5y = \dot{u} \end{aligned}$$

2. Welche Sprungantwort  $h(t)$  ( $t \geq 0$ ) hat das System  $0.5\ddot{y} = u^2$ ?

(a) <input type="checkbox"/> $2 - e^{-t}$	(b) <input type="checkbox"/> $2t^2 e^{-t}$	(c) <input type="checkbox"/> $2t^2$	(d) <input checked="" type="checkbox"/> $t^2$
---	--	-------------------------------------	---

$$u = 1 \Rightarrow \ddot{y} = 2 \Rightarrow y = t^2$$

3. Welches der folgenden E/A-Systeme ist nicht BIBO stabil?

(a) <input type="checkbox"/> $\ddot{y} + \dot{y} + y = \ddot{u} + u$	(b) <input checked="" type="checkbox"/> $\dot{y} = \dot{u} + u$	(c) <input type="checkbox"/> $y = \dot{u} - u$	(d) <input type="checkbox"/> $\dot{y} + y = \dot{u}$
--	---	--	--

Für jede Änderung in  $u$  ändert sich  $\dot{y}$  dauerhaft. Somit ist der Ausgang  $y$  nicht limitiert.

4. Bestimmen Sie die Polstellen des Systems, das durch folgende E/A-Differentialgleichung beschrieben wird:

$$3\ddot{y} - 15\dot{y} + 18y = 4\dot{u} - 5u.$$

(a) <input checked="" type="checkbox"/> (2, 3)	(b) <input type="checkbox"/> (6, 9)	(c) <input type="checkbox"/> (-6, -9)	(d) <input type="checkbox"/> (-2, -3)
--	-------------------------------------	---------------------------------------	---------------------------------------

$$\begin{aligned} p_A(\lambda) &= \lambda^2 - 5\lambda + 6 \\ \lambda_1 &= 2, \lambda_2 = 3 \end{aligned}$$

5. Ein LTI-System wird durch die E/A-Differentialgleichung  $2\ddot{y} + 6\dot{y} + 8y = 27\dot{u}$  beschrieben.

Wie lautet das charakteristische Polynom  $p_A(\lambda)$ ?

(a) <input type="checkbox"/> $2\lambda^2 - 6\lambda - 8$	(b) <input type="checkbox"/> $2\lambda^3 + 6\lambda^2 + 8\lambda - 27$	(c) <input checked="" type="checkbox"/> $\lambda^2 + 3\lambda + 4$	(d) <input type="checkbox"/> $\lambda^2 - 6\lambda + 2$
--	--	--	---

$$2\ddot{y} + 6\dot{y} + 8y = \ddot{y} + 3\dot{y} + 4y$$

6. Welche Impulsantwort  $g(t)$  ( $t \geq 0$ ) hat das System  $T\dot{y} + y = u$  mit konstantem  $T > 0$ ?

(a) <input checked="" type="checkbox"/> $\frac{1}{T}e^{-t/T}$	(b) <input type="checkbox"/> $1 - te^{-t/T}$	(c) <input type="checkbox"/> $1 - e^{-t/T}$	(d) <input type="checkbox"/> $\frac{t}{T}e^{-t/T}$
---	--	---	--

$$\begin{aligned} \dot{y} &= \frac{-1}{T}y + \frac{1}{T}u \\ \Rightarrow A &= \left[ \frac{-1}{T} \right], B = \left[ \frac{1}{T} \right], C = [1], D = [0] \\ g(t) &= Ce^{At}B + D = \frac{1}{T}e^{-t/T} \end{aligned}$$

7. Welches charakteristische Polynom  $p_A(\lambda)$  hat das LTI-System  $\dot{x} = Ax + Bu, y = Cx + Du$  mit den Matrizen

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix}, C = [7 \quad 8] \text{ und } D = [9]?$$

(a) <input type="checkbox"/> $\lambda^2 + 2\lambda + 3$	(b) <input checked="" type="checkbox"/> $\lambda^2 - 5\lambda - 2$	(c) <input type="checkbox"/> $\lambda^2 - 4\lambda + 5$	(d) <input type="checkbox"/> $\lambda^2 + 3\lambda - 10$
---	--	---	--

$$p_A(\lambda) = \det(\lambda I - A) = (\lambda - 1)(\lambda - 4) - (3 \cdot 2) = \lambda^2 - 5\lambda - 2$$

8. Welches der folgenden vier Systeme ist nicht BIBO stabil? Jedes System ist durch seine Sprungantwort  $h(t)$  beschrieben.

(a) <input checked="" type="checkbox"/> $\cos(t)$	(b) <input type="checkbox"/> $(1+t)^{-2}$	(c) <input type="checkbox"/> $\sin(t)e^{-t}$	(d) <input type="checkbox"/> $1 - e^{-t}$
---	---	--	---

ungedämpfte Oszillation  $\Rightarrow$  nicht BIBO stabil

9. Ein System hat die Sprungantwort  $h(t) = 1 + e^{-t}$  (für  $t \geq 0$ , und  $h(t) = 0$  sonst). Was ist seine Impulsantwort  $g(t)$  (für  $t \geq 0$ )?

(a) <input checked="" type="checkbox"/> $2\delta(t) - e^{-t}$	(b) <input type="checkbox"/> $-e^{-t}$	(c) <input type="checkbox"/> $\delta(t) - e^{-t}$	(d) <input type="checkbox"/> $-te^{-t}$
---	--	---	---

$$h(t) = \sigma(t) \cdot (1 + e^{-t}) \Rightarrow g(t) = \sigma(t) \cdot (-e^{-t}) + \delta(t) \cdot (1 + e^{-t}) = 2\delta(t) - e^{-t}$$