Übungsblatt 11: Zustandsregelung

(Abgabe am 17.7.2015 um 8:15 im Vorlesungs-Hörsaal)

Prof. Dr. Moritz Diehl, Dr. Jörg Fischer und Lukas Klar

Nützliche Python-Befehle für dieses Blatt sind:
`np.linalg.matrix_rank, .linspace; ctrl.feedback, .series, .step; sr1.nlsim.`

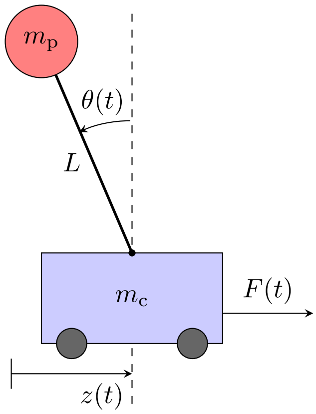
1. Betrachten Sie das System $G(s) = \frac{10}{10s^3+31s^2+13s+1}$. Mit der Methode nach Ziegler und Nichols berechnet man die folgende Werte für die PID-Regler Einstellung: $K_\mathrm{P} = 2.3523$, $T_\mathrm{I} = 2.7582$ und $T_\mathrm{D} = 0.6620$.

   (a) Wie lautet die Übertragungsfunktion des geregelten Systems? (1 Punkt)

   (b) Plotten Sie die Sprungantwort des geregelten und des ungeregelten Systems. (2 Punkte)

   (c) Überführen Sie die Übertagungsfunktion des geregelten Systems in eine Zustandsraumdarstellung. (2 Punkte)

2. Betrachten Sie das folgende invertierte Pendel auf einem Wagen



wobei gilt:

$m_\mathrm{c} = 1$	Masse des Wagens in kg;	$m_\mathrm{p} = 0.2$	Masse des Pendels in kg;
$L = 0.4$	Länge des Pendels in m;	$v_\mathrm{c} = 0.2$	Reibungskonstante in $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m\,s}}$;
$F(t)$	Kraft zur Steuerung in N;	$z(t)$	Position des Wagens in m;
$\theta(t)$	Winkel des Pendels in rad;	$g = 9.81$	Fallbeschleunigung in $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

Das System ist durch die folgende Differentialgleichungen beschrieben

$$F(t) = (m_\mathrm{p} + m_\mathrm{c})\ddot{z}(t) + v_\mathrm{c}\dot{z}(t) - m_\mathrm{p}L\ddot{\theta}(t)\cos(\theta(t)) + m_\mathrm{p}L\dot{\theta}(t)^2\sin(\theta(t))$$
$$m_\mathrm{p}L^2\ddot{\theta}(t) = m_\mathrm{p}L\ddot{z}(t)\cos(\theta(t)) + m_\mathrm{p}gL\sin(\theta(t))$$

Betrachten Sie den Zustandsvektor $x(t) = [z(t)\ \dot{z}(t)\ \theta(t)\ \dot{\theta}(t)]^\top$ und den Eingang $u(t) = F(t)$.

   (a) Linearisieren Sie das System $\dot{x} = f(x,u)$ für $x_\mathrm{ss} = 0$ und $u_\mathrm{ss} = 0$ um die Matrizen $A = \left.\frac{\partial f(x,u)}{\partial x}\right|_{x_\mathrm{ss},u_\mathrm{ss}}$ und $B = \left.\frac{\partial f(x,u)}{\partial u}\right|_{x_\mathrm{ss},u_\mathrm{ss}}$ zu berechnen. (3 Punkte)

   (b) Betrachten Sie von jetzt ab das linearisierte System $\dot{x} = A\,x + B\,u$, mit $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0.2 & 1.962 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -0.5 & 29.43 & 0 \end{bmatrix}$ und $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 2.5 \end{bmatrix}$. Ist das System (A, B) steuerbar? Wie können wir es überprüfen? (1 Punkt)

   (c) Benutzen Sie den Befehl `ctrl.place`, um eine Feedbackmatrix K zu berechnen, die das System stabilisiert. Wählen Sie die Werte -1, -1.5, -2, -2.5 für die Pole. (2 Punkte)

   (d) Nehmen Sie jetzt an, dass Sie alle Zustände perfekt messen können. Simulieren Sie das geregelte System für Anfangswerte $x(0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \epsilon & 0 \end{bmatrix}^T$, einmal mit dem linearisierten System und einmal mit dem nichtlinearen System. Ab welchem Wert von ϵ wird das nichtlineare geregelte System instabil? Und das linearisierte geregelte System? (3 Punkte)

Hinweis zur Abgabe: Bitte **drucken** Sie die Plots und den Code aus und tackern Sie alle Blätter zusammen. Einzelne Blätter und E-mails werden nicht korrigiert.