

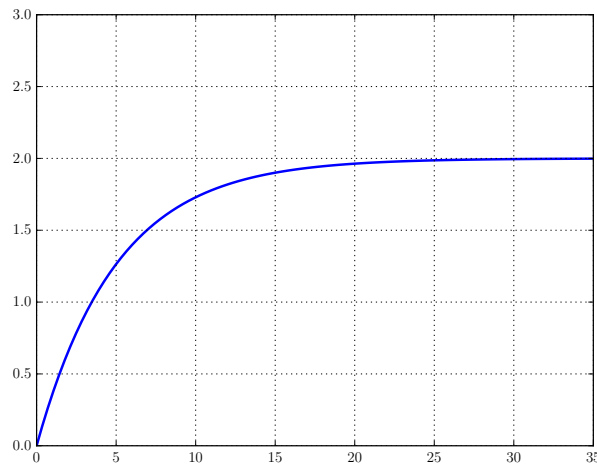
**Übungsblatt 5: Simulation von Übertragungsgliedern**  
(Abgabe am 5.6.2015 um 8:15 im Vorlesungs-Hörsaal)

Prof. Dr. Moritz Diehl, Dr. Jörg Fischer und Lukas Klar

1. Gegeben sei ein System in Eingangs-Ausgangsdarstellung, das beschrieben wird durch die folgende Differentialgleichung:

$$\ddot{y}(t) + 3\dot{y}(t) + 2y(t) = u(t).$$

- (a) Berechnen Sie das charakteristische Polynom des Systems. (2 Punkte)  
(b) Geben Sie an, wie viele und welche Polstellen das System hat. (2 Punkte)  
(c) Ist das System stabil? Begründen Sie Ihre Entscheidung. (1 Punkt)  
(d) Bringen Sie das System in die Regelungsnormalform. (2 Punkte)
2. Ein  $PT_1$ -Glied zeigt folgende Sprungantwort. Wie lautet die Eingangs-Ausgangsdifferentialgleichung des Systems? (2 Punkte)



3. Untersuchen Sie die Systeme mit folgenden Differentialgleichungen:

I.  $\ddot{y} + 2\dot{y} + y = u$

II.  $\ddot{y} + y = u - \dot{y}$

III.  $2\ddot{y} + 8\dot{y} = 2u - 2y$

IV.  $4\ddot{y} + 2\dot{y} = u - y$

- (a) Zu welcher Gruppe von Übertragungsgliedern gehören die Systeme? (1 Punkt)  
(b) Berechnen Sie jeweils die Zeitkonstante  $T$  und die Dämpfung  $d$ . (2 Punkte)  
(c) Simulieren Sie die Systeme für 20 Sekunden mit  $y(0) = 0$  und  $u(t) = 1$  mit `nlsim()`.  
Bringen Sie sie hierfür in State-Space-Form (zB. Regelungsnormalform). Importieren Sie die SR1 toolbox. Implementieren Sie zwei Python-Funktionen  $\dot{x} = f(x, u)$  und  $y = g(x, u)$  die das System- und Ausgangsverhalten wiedergeben. Nehmen Sie eine Schrittgröße von  $\Delta t = 0.1$  s. Da bei allen Zeitschritten  $u(t) = 1$  ist, nehmen Sie für  $u$  einen Vektor, der aus 200 Einsen besteht ( $200 \cdot 0.1$  s = 20 s). Verwenden Sie hierfür den Befehl `np.ones([200, 1])`. Initialisieren Sie beide Zustände mit 0: `x0=np.array([0, 0])` Nun können Sie das System mit `nlsim(f, x0, u_d, delta_t, g)` simulieren und den Verlauf von  $y$  über der Zeit plotten. (4 Punkte)  
(d) Wie wird das Ergebnis dieser Simulation ( $y(0) = 0$  und  $u(t) = 1$ ) genannt? (1 Punkt)  
(e) Welche Auswirkung hat die Dämpfung auf das Systemverhalten? (1 Punkt)  
(f) Vergleichen Sie die Simulation von IV und II. Verwenden Sie hierbei für den Plot von II eine halb so schnelle Zeitskala, plotten Sie also zB: `plt.plot(2*t2, y2, ' . ', t4, y4, ' x' )`. (2 Punkte)  
(g) Welche Auswirkung hat die Zeitkonstante auf das Systemverhalten? (1 Punkt)

4. Wir wollen nun den Kran mit konstanter Leinenlänge aus Aufgabenblatt 2 simulieren. Das Systemverhalten ist gegeben durch:

$$x = \begin{bmatrix} P_x \\ \dot{P}_x \\ \alpha \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix}, \quad f(x, u) = \begin{bmatrix} x_2 \\ u \\ x_4 \\ \frac{-1}{L_0}(u \cos(x_3) + g \sin(x_3)) \end{bmatrix},$$

wobei  $u$  die Beschleunigung des Schienenwagens ist.

- (a) Simulieren Sie das System für 20 Sekunden mit  $L_0 = 1, g = 9.81, u(t) = 0$  und  $x_0 = [2, 0, \pi/2, 0]^T$ . Plotten Sie alle Zustände im Verlauf der Zeit und ein X-Y-Diagramm, das den Weg wiedergibt, den die Masse beschreibt. (3 Punkte)
- (b) Linearisieren Sie das System um den Gleichgewichtspunkt  $x_{ss} = [2, 0, 0, 0]^T, u_{ss} = 0$ . Geben Sie die Matrizen  $A$  und  $B$  an, sodass gilt  $\dot{x} = Ax + Bu$ . (2 Punkte)
- (c) Simulieren Sie das lineare System mit den gleichen Parametern wie in (a).  
Worin unterscheiden sich die Ergebnisse? (2 Punkte)

*Hinweis zur Abgabe:* Bitte **drucken** Sie die Plots aus und tackern Sie alle Blätter zusammen.