

# Systemtheorie und Regelungstechnik – Abschlussklausur

Prof. Dr. Moritz Diehl, IMTEK, Universität Freiburg, und ESAT-STADIUS, KU Leuven

23. September, 9:15-11:15, Freiburg, Georges-Koehler-Allee 101

|                      |   |    |   |   |   |   |   |   |   |   |
|----------------------|---|----|---|---|---|---|---|---|---|---|
| page                 | 0 | 1  | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| points on page (max) | 3 | 10 | 9 | 9 | 9 | 5 | 6 | 7 | 5 | 0 |
| points obtained      |   |    |   |   |   |   |   |   |   |   |
| intermediate sum     |   |    |   |   |   |   |   |   |   |   |

Note:                      Klausur eingesehen am:                      Unterschrift des Prüfers:

Nachname:                      Vorname:                      Matrikelnummer:

Fach:                      Studiengang:    Bachelor     Master     Lehramt     Sonstiges

Unterschrift:

Füllen Sie bitte Ihren Namen und die anderen Angaben oben ein. Auf den folgenden 10 Seiten finden Sie 36 Fragen mit zusammen 63 Punkten. Geben Sie die Antworten direkt unter den Fragen an oder nutzen Sie bei Bedarf nach Möglichkeit die Rückseite **desselben Blattes** (oder, falls diese bereits voll ist, die leere Seite am Ende) für Ergebnisse die in die Korrektur einfließen sollen; verweisen Sie zudem direkt bei der Frage im Hauptteil auf die entsprechende Seite. Sie können zudem weiteres weißes Papier für Zwischenrechnungen verwenden, aber bitte geben Sie dieses Extrapapier nicht ab. Als Hilfsmittel ist neben Schreibmaterial und einem Taschenrechner auch ein doppelseitiges Blatt mit Formelsammlung und Notizen erlaubt; einige juristische Hinweise finden sich in einer Fußnote.<sup>1</sup> Machen Sie bei den Multiple-Choice Fragen jeweils genau ein Kreuz bei der richtigen Antwort. Eine falsche Antwort gibt  $-\frac{1}{3}$  bzw.  $-1$  Punkt, es lohnt sich also nicht, zu raten. Beantworten Sie zunächst die Ihnen einfach fallenden Fragen. Wenn Sie pro Punkt zwei Minuten Zeit rechnen, sind Sie nach ca. 2 Stunden fertig. Viel Erfolg!

1. Ein LTI-System hat die Sprungantwort  $h(t) = 2 \cos(t)$  für  $t \geq 0$ . Was ist die Impulsantwort  $g(t)$  für  $t \geq 0$ ?

|   |  |   |  |
|---|--|---|--|
| (a) <input type="checkbox"/> $-2 \sin(t)$ | (b) <input type="checkbox"/> $\sin(t)$ | (c) <input type="checkbox"/> $2\delta(t) - 2 \sin(t)$ | (d) <input type="checkbox"/> $\delta(t) + 2 \sin(t)$ |
|---|--|---|--|

|   |  |
|---|--|
| 1 |  |
|---|--|

2. Ein LTI-System hat die Impulsantwort  $g(t) = (100 + t)^{-1}$  für  $t \geq 0$ . Ist das System BIBO-stabil?

|                                 |                                   |
|---------------------------------|-----------------------------------|
| (a) <input type="checkbox"/> Ja | (b) <input type="checkbox"/> Nein |
|---------------------------------|-----------------------------------|

|   |  |
|---|--|
| 1 |  |
|---|--|

3. Sie haben in MATLAB ein System mit dem Kommando “sys=tf([1 1],[1 2])” definiert. Was ist KEIN gültiger Folgebefehl ?

|  |   |                                       |  |
|--|---|---------------------------------------|--|
| (a) <input type="checkbox"/> bode(sys) | (b) <input type="checkbox"/> nyquist(sys) | (c) <input type="checkbox"/> sin(sys) | (d) <input type="checkbox"/> step(sys) |
|--|---|---------------------------------------|--|

|   |  |
|---|--|
| 1 |  |
|---|--|

|                   |  |
|-------------------|--|
| points on page: 3 |  |
|-------------------|--|

<sup>1</sup>PRÜFUNGSUNFÄHIGKEIT: Durch den Antritt dieser Prüfung erklären Sie sich für prüfungsfähig. Sollten Sie sich während der Prüfung nicht prüfungsfähig fühlen, können Sie aus gesundheitlichen Gründen auch während der Prüfung von dieser zurücktreten. Gemäß den Prüfungsordnungen sind Sie verpflichtet, die für den Rücktritt oder das Versäumnis geltend gemachten Gründe unverzüglich (innerhalb von 3 Tagen) dem Prüfungsamt durch ein Attest mit der Angabe der Symptome schriftlich anzuzeigen und glaubhaft zu machen. Weitere Informationen: <https://www.tf.uni-freiburg.de/studium/pruefungen/pruefungsunfaehigkeit.html>.

TÄUSCHUNG/StÖRUNG: Sofern Sie versuchen, während der Prüfung das Ergebnis ihrer Prüfungsleistung durch Täuschung (Abschreiben von Kommilitonen ...) oder Benutzung nicht zugelassener Hilfsmittel (Skript, Buch, Mobiltelefon, ...) zu beeinflussen, wird die betreffende Prüfungsleistung mit “nicht ausreichend” (5,0) und dem Vermerk “Täuschung” bewertet. Als Versuch gilt bei schriftlichen Prüfungen und Studienleistungen bereits der Besitz nicht zugelassener Hilfsmittel während und nach der Ausgabe der Prüfungsaufgaben. Sollten Sie den ordnungsgemäßen Ablauf der Prüfung stören, werden Sie vom Prüfer/Aufsichtsführenden von der Fortsetzung der Prüfung ausgeschlossen. Die Prüfung wird mit “nicht ausreichend” (5,0) mit dem Vermerk “Störung” bewertet.

4. Ein LTI-System wird durch die Zustandsgleichung  $\dot{x} = Ax + Bu, y = Cx$  beschrieben,

mit  $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ , und  $C = [2 \ 0 \ 0]$ .

(a) Was ist das charakteristische Polynom  $p_A(\lambda)$  ?

|                  |   |  |
|------------------|---|--|
| $p_A(\lambda) =$ | 2 |  |
|------------------|---|--|

(b) Ist das System stabil?

|                                 |                                   |   |  |
|---------------------------------|-----------------------------------|---|--|
| (a) <input type="checkbox"/> Ja | (b) <input type="checkbox"/> Nein | 1 |  |
|---------------------------------|-----------------------------------|---|--|

(c) Ist das System "steuerbar"? Begründen Sie.

|   |  |
|---|--|
| 2 |  |
|---|--|

(d) Ist das System "beobachtbar"? Begründen Sie.

|   |  |
|---|--|
| 2 |  |
|---|--|

5. Ein System in Eingangs-Ausgangsform ist durch die Darstellung  $y(t) = \int_0^\infty (u(t - \tau))^2 d\tau$  beschrieben. Ist das System *linear* und/oder *zeitinvariant* ?

|   |  |
|---|--|
| (a) <input type="checkbox"/> nur linear               | (b) <input type="checkbox"/> nur zeitinvariant |
| (c) <input type="checkbox"/> linear und zeitinvariant | (d) <input type="checkbox"/> keines von beiden |

|   |  |
|---|--|
| 1 |  |
|---|--|

6. Ein System in Eingangs-Ausgangsform ist durch die Darstellung  $y(t) = \exp(t) \cdot \int_0^\infty \sin(u(t - \tau)) d\tau$  beschrieben. Ist das System *linear* und/oder *zeitinvariant* ?

|   |  |
|---|--|
| (a) <input type="checkbox"/> nur linear               | (b) <input type="checkbox"/> nur zeitinvariant |
| (c) <input type="checkbox"/> linear und zeitinvariant | (d) <input type="checkbox"/> keines von beiden |

|   |  |
|---|--|
| 1 |  |
|---|--|

7. Ein System ist durch die gewöhnliche Differentialgleichung  $\dot{y}(t) = \sin(t) \cdot \frac{u(t)}{y(t)}$  beschrieben. Ist das System *linear* und/oder *zeitinvariant* ?

|   |  |
|---|--|
| (a) <input type="checkbox"/> nur linear               | (b) <input type="checkbox"/> nur zeitinvariant |
| (c) <input type="checkbox"/> linear und zeitinvariant | (d) <input type="checkbox"/> keines von beiden |

|   |  |
|---|--|
| 1 |  |
|---|--|

|                    |  |
|--------------------|--|
| points on page: 10 |  |
|--------------------|--|

8. Welche Transferfunktion  $G(s)$  hat das LTI-System  $\dot{x}_1(t) = -x_1(t) + 2u(t)$ ,  $\dot{x}_2(t) = -x_2(t) + 2x_1(t)$ ,  $y(t) = x_2(t) + \frac{1}{2}u(t)$ ?

|   |   |  |   |
|---|---|--|---|
| (a) <input type="checkbox"/> $\frac{s^2+2s+7}{2s^2+4s+2}$ | (b) <input type="checkbox"/> $\frac{s^2+3s+2}{s^2+s}$ | (c) <input type="checkbox"/> $\frac{s^2+2s+2}{2s^2+s}$ | (d) <input type="checkbox"/> $\frac{s^2+2s+9}{2s^2+4s+2}$ |
|---|---|--|---|

|   |  |
|---|--|
| 1 |  |
|---|--|

9. Welches System wird durch die Übertragungsfunktion  $G(s) = \frac{3s+2}{2s^2+s+1}$  beschrieben ?

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
| (a) <input type="checkbox"/> $3\dot{y} + 2y = 2\ddot{u} + \dot{u} + u$ | (b) <input type="checkbox"/> $2\ddot{y} + \dot{y} + y = 3\dot{u} + 2u$ | (c) <input type="checkbox"/> $2\dot{y} + y + 1 = 3u + 2$ | (d) <input type="checkbox"/> $3\ddot{y} + 2 = 2\ddot{u}$ |
|--|--|--|--|

|   |  |
|---|--|
| 1 |  |
|---|--|

10. Hintereinanderschaltung von  $G_1(s) = \frac{6}{s+2}$  und  $G_2(s) = \frac{2}{s^2+1}$  resultiert in dem System  $G(s) = \dots$

|  |  |   |   |
|--|--|---|---|
| (a) <input type="checkbox"/> $\frac{12}{s^3+2s^2+s+2}$ | (b) <input type="checkbox"/> $\frac{5s^2+s+7}{s^3+2s^2+s+2}$ | (c) <input type="checkbox"/> $\frac{12}{s^2+s+3}$ | (d) <input type="checkbox"/> $\frac{s+2}{5s^2+5}$ |
|--|--|---|---|

|   |  |
|---|--|
| 1 |  |
|---|--|

11. Ist die folgende Aussage richtig oder falsch? "Eine Totzeit ändert den Bode-Phasenplot eines stabilen LTI SISO Systems nicht."

|                                      |                                     |   |  |
|--------------------------------------|-------------------------------------|---|--|
| (a) <input type="checkbox"/> Richtig | (b) <input type="checkbox"/> Falsch | 1 |  |
|--------------------------------------|-------------------------------------|---|--|

12. Ist die folgende Aussage richtig oder falsch? "Das Eingangs-Ausgangsverhalten eines LTI-SISO-Systems ist durch sein Bode-Diagramm eindeutig bestimmt".

|                                      |                                     |   |  |
|--------------------------------------|-------------------------------------|---|--|
| (a) <input type="checkbox"/> Richtig | (b) <input type="checkbox"/> Falsch | 1 |  |
|--------------------------------------|-------------------------------------|---|--|

13. Ist die folgende Aussage richtig oder falsch? "Wenn ein System beobachtbar ist, kann der gesamte Zustand durch Messungen des Zeitverlaufes des Ausgangs und des Eingangs geschätzt werden".

|                                      |                                     |   |  |
|--------------------------------------|-------------------------------------|---|--|
| (a) <input type="checkbox"/> Richtig | (b) <input type="checkbox"/> Falsch | 1 |  |
|--------------------------------------|-------------------------------------|---|--|

14. Ist die folgende Aussage richtig oder falsch? "Ein System, das sowohl beobachtbar als auch steuerbar ist, kann durch einen Regler stabilisiert werden".

|                                      |                                     |   |  |
|--------------------------------------|-------------------------------------|---|--|
| (a) <input type="checkbox"/> Richtig | (b) <input type="checkbox"/> Falsch | 1 |  |
|--------------------------------------|-------------------------------------|---|--|

15. Der Bode-Phasenplot eines Differentiationsgliedes ist konstant und hat den folgenden Wert:

|                                      |                                     |                                       |  |
|--------------------------------------|-------------------------------------|---------------------------------------|--|
| (a) <input type="checkbox"/> 90 Grad | (b) <input type="checkbox"/> 0 Grad | (c) <input type="checkbox"/> -90 Grad | (d) <input type="checkbox"/> -180 Grad |
|--------------------------------------|-------------------------------------|---------------------------------------|--|

|   |  |
|---|--|
| 1 |  |
|---|--|

16. Der Bode-Phasenplot eines PT1-Gliedes  $G(s) = \frac{1}{1+Ts}$  ist für hohe Frequenzen konstant und hat den folgenden Wert:

|                                      |                                     |                                       |  |
|--------------------------------------|-------------------------------------|---------------------------------------|--|
| (a) <input type="checkbox"/> 90 Grad | (b) <input type="checkbox"/> 0 Grad | (c) <input type="checkbox"/> -90 Grad | (d) <input type="checkbox"/> -180 Grad |
|--------------------------------------|-------------------------------------|---------------------------------------|--|

|   |  |
|---|--|
| 1 |  |
|---|--|

|                   |  |
|-------------------|--|
| points on page: 9 |  |
|-------------------|--|

17. Der Bode-Amplitudenplot eines PT1-Gliedes  $G(s) = \frac{1}{1+Ts}$  hat für hohe Frequenzen folgende Steigung (in dB/Dek):

|  |                                       |   |   |
|--|---------------------------------------|---|---|
| (a) <input type="checkbox"/> 20 dB/Dek | (b) <input type="checkbox"/> 0 dB/Dek | (c) <input type="checkbox"/> -20 dB/Dek | (d) <input type="checkbox"/> -40 dB/Dek |
|--|---------------------------------------|---|---|

|   |  |
|---|--|
| 1 |  |
|---|--|

18. Der Bode-Amplitudenplot eines PT2-Gliedes  $G(s) = \frac{10}{1+Ts+T^2s^2}$  ist für niedrige Frequenzen konstant und hat den folgenden Wert:

|                                    |                                     |                                     |                                   |
|------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-----------------------------------|
| (a) <input type="checkbox"/> 20 dB | (b) <input type="checkbox"/> -20 dB | (c) <input type="checkbox"/> -40 dB | (d) <input type="checkbox"/> 0 dB |
|------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-----------------------------------|

|   |  |
|---|--|
| 1 |  |
|---|--|

19. Betrachten Sie die offene Kette  $G_0(s) = \frac{s+9}{s^2+100s+1}$  und den daraus resultierenden geschlossenen Kreis (mit negativem Einheitsfeedback). Was ist der Steady-State Fehler des geschlossenen Kreises?

|                                 |                                 |                                  |                                  |
|---------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| (a) <input type="checkbox"/> 5% | (b) <input type="checkbox"/> 6% | (c) <input type="checkbox"/> 10% | (d) <input type="checkbox"/> 19% |
|---------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|

|   |  |
|---|--|
| 1 |  |
|---|--|

20. Betrachten Sie die folgende nichtlineare Differentialgleichung, die in etwa die Geschwindigkeit  $y(t)$  eines Autos mit Luftwiderstand und regelbarer Stellung des Gaspedals  $u(t)$  beschreibt:  $\dot{y}(t) = bu(t) - y(t)^2c$ .

(a) Berechnen Sie den Gleichgewichtszustand  $y_{ss}$ , der sich bei konstanter Gaspedalstellung  $u(t) \equiv u_{ss}$  einstellt.

|            |   |
|------------|---|
| $y_{ss} =$ | 2 |
|------------|---|

|   |  |
|---|--|
| 2 |  |
|---|--|

(b) Linearisieren Sie das System im Punkt  $(u_{ss}, y_{ss})$ , um eine lineare Differentialgleichung in den Variablen  $\Delta y(t) = y(t) - y_{ss}$  und  $\Delta u(t) = u(t) - u_{ss}$  zu erhalten.

|                       |   |
|-----------------------|---|
| $\Delta \dot{y}(t) =$ | 2 |
|-----------------------|---|

|   |  |
|---|--|
| 2 |  |
|---|--|

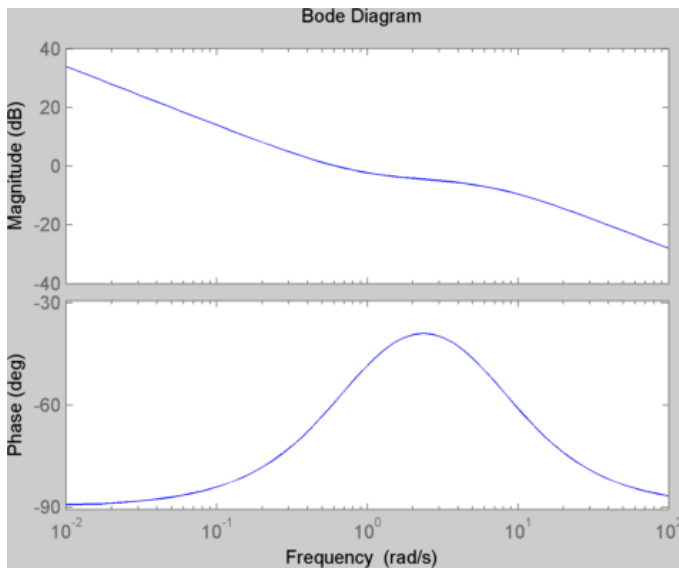
(c) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion  $G(s)$  des linearisierten Systems.

|          |   |
|----------|---|
| $G(s) =$ | 2 |
|----------|---|

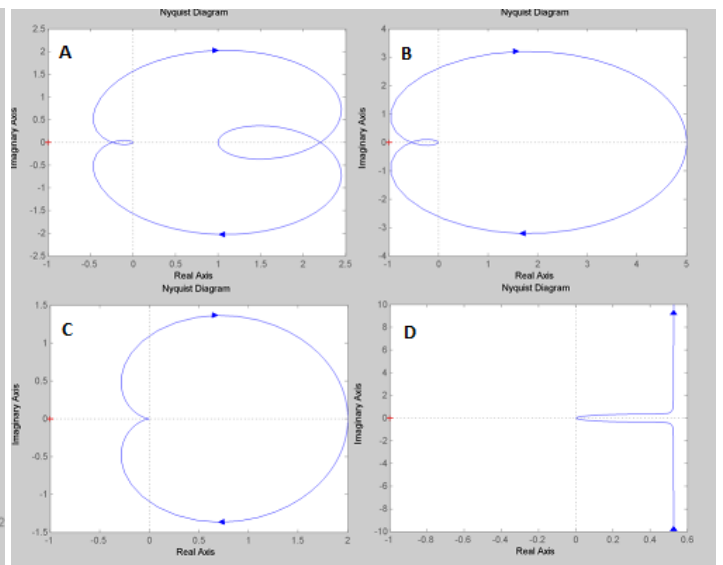
|   |  |
|---|--|
| 2 |  |
|---|--|

|                   |  |
|-------------------|--|
| points on page: 9 |  |
|-------------------|--|

**Bild 1:** Ein Bode-Diagramm:



**Bild 2:** Und vier Nyquist-Diagramme:



21. Welches der Nyquist-Diagramme in Bild 2 entspricht dem Bode-Diagramm aus Bild 1?

(a)  A      (b)  B      (c)  C      (d)  D

1

22. Was ist der relative Grad (Polüberschuss) des Systems mit dem Bode-Diagramm aus Bild 1?

(a)  0      (b)  1      (c)  2      (d)  3

1

23. Wieviele reine Integrationsglieder enthält das System mit dem Bode-Diagramm aus Bild 1?

(a)  0      (b)  1      (c)  2      (d)  3

1

24. Welcher Übertragungsfunktion  $G(s)$  entspricht das System mit dem Bode-Diagramm aus Bild 1 (in etwa)?

(a)   $\frac{0.6s+0.5}{0.15s^2+s}$       (b)   $\frac{0.5s+0.5}{s^3+0.1s^2}$       (c)   $\frac{0.5s+0.5}{2s+1}$       (d)   $\frac{0.1s^2+0.6s+0.5}{s^2+2}$

1

25. Was ist die statische Verstärkung (DC-Gain) des Systems mit dem Bode-Diagramm aus Bild 1?

(a)  1      (b)  40      (c)  100      (d)   $\infty$

1

26. Wo liegt in etwa die Schnittfrequenz des Systems mit dem Bode-Diagramm aus Bild 1?

(a)  0.1 rad/sec      (b)  1 rad/sec      (c)  10 rad/sec      (d)  100 rad/sec

1

27. Erfüllt das System mit dem Bode-Diagramm aus Bild 1 das Nyquist-Stabilitätskriterium?

(a)  Ja      (b)  Nein

1

28. Welche Amplitudenreserve hat das System aus Bild 1 (in etwa)?

(a)  keine      (b)  2      (c)  100      (d)   $\infty$

1

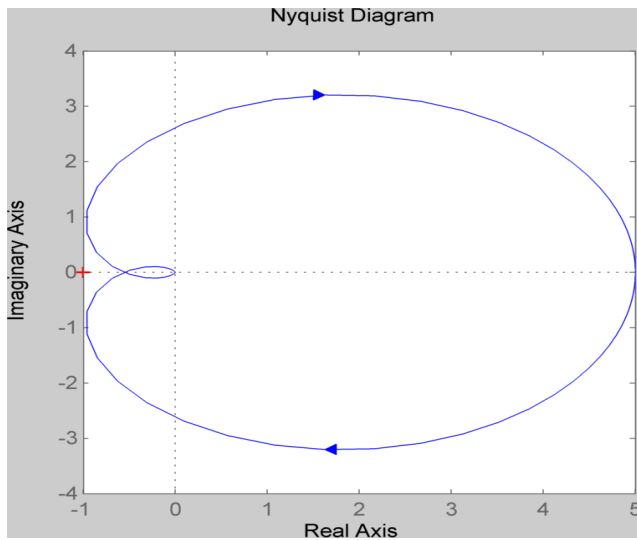
29. Welche Phasenreserve hat das System (in etwa)?

(a)  keine      (b)  35 Grad      (c)  120 Grad      (d)  90 Grad

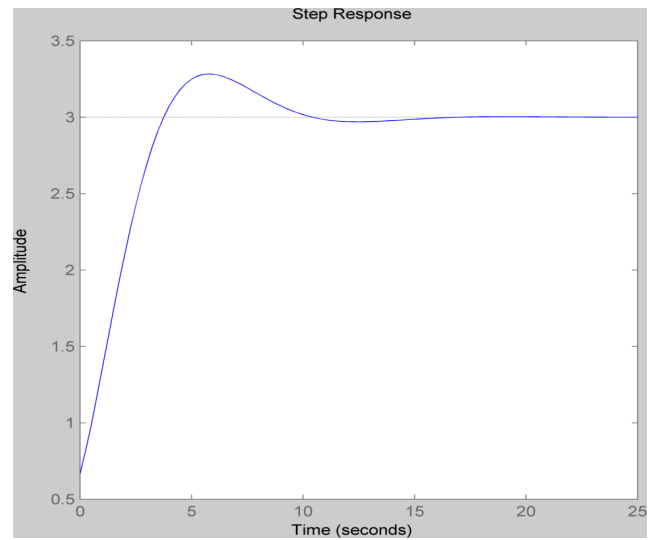
1

points on page: 9

**Bild 3:** Ein Nyquist-Diagramm:



**Bild 4:** Eine Sprungantwort:



Betrachten Sie das System mit dem Nyquist-Diagramm aus Bild 3, und entscheiden Sie, ob es das Nyquist Stabilitätskriterium erfüllt und wenn ja, mit welcher Amplituden- und Phasenreserve.

30. Welche Amplitudenreserve hat das System aus Bild 3 (in etwa)?

(a)  keine      (b)  0.5      (c)  1.1      (d)  1.8

1

31. Welche Phasenreserve hat das System aus Bild 3 (in etwa)?

(a)  keine      (b)  2 Grad      (c)  30 Grad      (d)  90 Grad

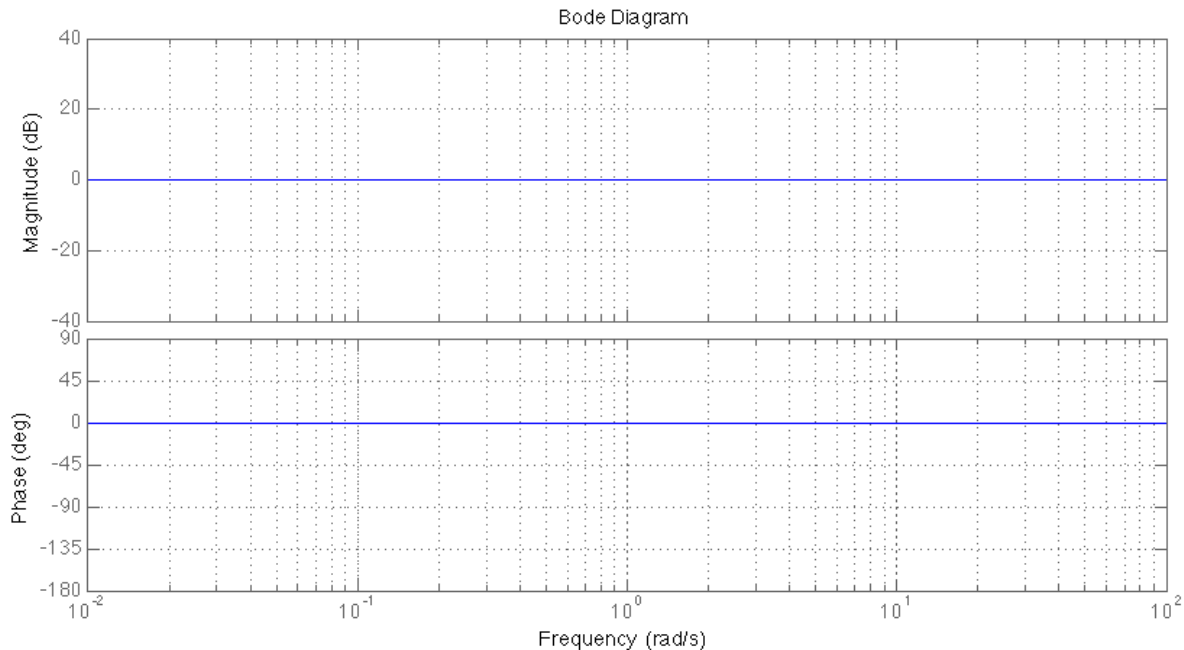
1

32. Betrachten Sie das System mit der Sprungantwort aus Bild 4. Welcher Übertragungsfunktion  $G(s)$  entspricht es in etwa?

(a)   $\frac{2s^2+3s+3}{5s^2+1}$       (b)   $\frac{s+2}{5s^2+1}$       (c)   $\frac{s^2+s+2}{3s^2+2s+2}$       (d)   $\frac{2s^2+3s+3}{3s^2+2s+1}$

1

33. Skizzieren Sie das Bode-Diagramm des folgenden Systems:  $G(s) = 1000 \frac{s+0.1}{(s+1)(s+10)}$



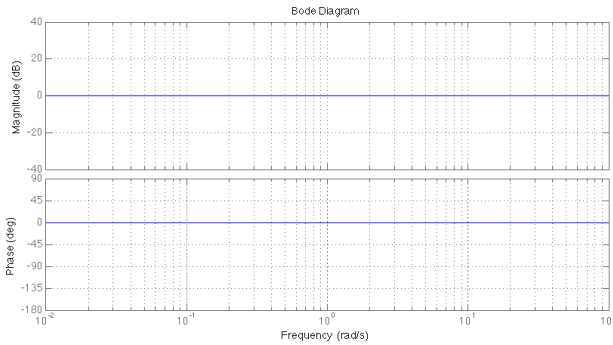
2

points on page: 5

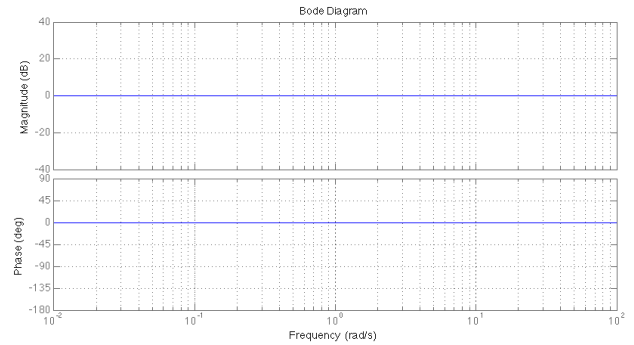
34. PI-Reglerentwurf im Frequenzraum: Betrachten Sie das System  $G(s) = \frac{1100}{(1+10s)(10+s)(11+s)}$ . Sie möchten das Systemverhalten durch Einsatz eines PI-Reglers verbessern, so dass Sie keine bleibende Regelabweichung und eine möglichst hohe Bandbreite  $\omega_B$  haben. Machen Sie für den PI-Regler den Ansatz  $K(s) = k_P (1 + \frac{1}{T_s})$ , und betrachten Sie den Standardregelkreis mit negativem Einheitsfeedback.

Skizzieren Sie zunächst die Bode-Diagramme von  $G(s)$  und von  $K(s)$  und geben Sie bei letzterem an, wie es von  $T$  und  $k_P$  abhängt.

**Bode-Diagramm von  $G(s)$ :**



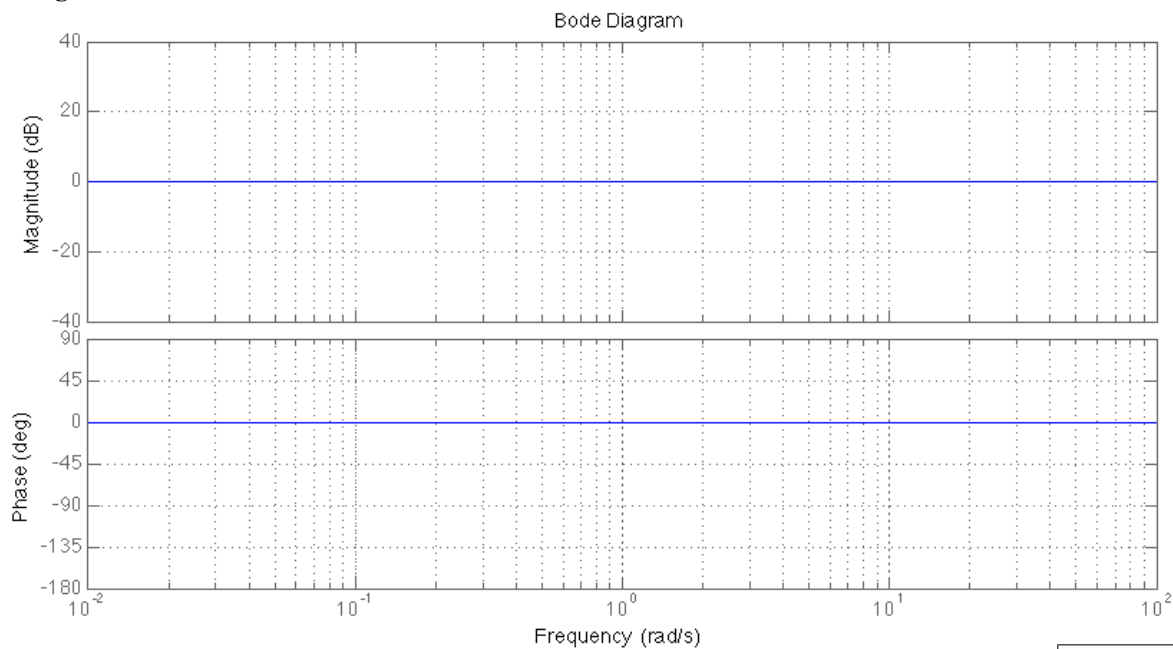
**Bode-Diagramm von  $K(s)$ :**



3

Überlegen Sie sich sodann in Worten, wie Sie  $k_P$  und  $T$  in etwa wählen würden, und begründen Sie Ihre Wahl. Geben Sie an, welche maximale Bandbreite  $\omega_B$  Sie in etwa mit einem PI-Regler bei diesem System erreichen können. Skizzieren Sie zudem das Bode-Diagramm des resultierenden idealen offenen Kreises, und skizzieren Sie, wie es mit den Bode-Diagrammen von  $G(s)$  und  $K(s)$  zusammenhängt.

**Bode-Diagramm des idealen offenen Kreises:**



3

points on page: 6

35. Betrachten Sie ein einfaches mechanisches System wie z.B. die Geschwindigkeit eines Rotors, das durch die Gleichung  $\ddot{y}(t) = -k\dot{y}(t) + u(t)$  beschrieben wird. Wenn man den Zeitverlauf von  $u(t)$  und  $y(t)$  messen kann, dann sollte man auch die Geschwindigkeit  $\dot{y}(t)$  schätzen können. Bringen Sie das System in Zustandsform  $\dot{x} = Ax + Bu$ ,  $y = Cx$  mit Zustandsvektor  $x = (y, \dot{y})^\top$ , und geben Sie die allgemeine Formel für einen (Luenberger-)Beobachter an, der den unbekanntem Zustand  $x(t)$  durch  $\hat{x}(t)$  schätzt. Wählen Sie zwei geeignete Zahlen in der Matrix  $L = (L_1, L_2)^\top$  und zeigen Sie Stabilität des Beobachters.

|       |   |
|-------|---|
| $A =$ | 1   <input style="width: 40px;" type="text"/> |
|-------|---|

|       |   |
|-------|---|
| $B =$ | 1   <input style="width: 40px;" type="text"/> |
|-------|---|

|       |   |
|-------|---|
| $C =$ | 1   <input style="width: 40px;" type="text"/> |
|-------|---|

|                   |   |
|-------------------|---|
| $\dot{\hat{x}} =$ | 1   <input style="width: 40px;" type="text"/> |
|-------------------|---|

|       |   |
|-------|---|
| $L =$ | 1   <input style="width: 40px;" type="text"/> |
|-------|---|

*Begründung der Wahl von  $L_1$  und  $L_2$  und Beweis der Stabilität des Beobachters:*

|     |   |
|-----|---|
| 1+1 | <input style="width: 40px;" type="text"/> |
|-----|---|

|                   |   |
|-------------------|---|
| points on page: 7 | <input style="width: 40px;" type="text"/> |
|-------------------|---|



36. Die sogenannte Lotka-Volterra-Gleichung beschreibt die Beziehung zwischen Räuber- und Beutetieren in einem Ökosystem. Dabei ist  $R(t)$  die Anzahl der Räuber- und  $B(t)$  die Anzahl der Beutetiere. Der Mensch greift durch Jagd auf die Räubertiere ein, mit Jagdrate  $u(t)$ . Räuber vermehren sich, wenn es viel Beute gibt, und Beutetiere sterben, wenn es viele Räuber gibt, dazu kommen die natürlichen Sterbe- und Geburtsraten der Räuber bzw. Beutetiere. Das System wird durch die folgenden Differentialgleichungen beschrieben:

$$\dot{R}(t) = -\epsilon_2 R(t) - u(t) + \gamma_2 B(t) R(t) \quad (1)$$

$$\dot{B}(t) = \epsilon_1 B(t) - \gamma_1 B(t) R(t) \quad (2)$$

Alle Konstanten sind größer als Null und haben passende Einheiten.

- (a) Berechnen Sie, bei welchen von Null verschiedenen Populationen  $R_{ss}$ ,  $B_{ss}$  sich das System ohne menschlichen Eingriff (Jagdrate  $u(t) \equiv 0$ ) im Gleichgewichtszustand (engl. "steady-state") befindet.

|   |  |
|---|--|
| 2 |  |
|---|--|

- (b) Ist das System im Gleichgewichtszustand stabil, oder ist es durch Jagd stabilisierbar? Begründen Sie Ihre Antwort.

|   |  |
|---|--|
| 3 |  |
|---|--|

|                   |  |
|-------------------|--|
| points on page: 5 |  |
|-------------------|--|

## Leeres Blatt für Zwischenrechnungen